

# Содержание

|                                                    |          |
|----------------------------------------------------|----------|
| <b>Глава 1. Условия задач</b>                      | <b>3</b> |
| Задание 6 (№1015)                                  | 3        |
| Задание 6 (№1016)                                  | 3        |
| Задание 6 (№1017)                                  | 3        |
| Задание 6 (№1018)                                  | 3        |
| Задание 6 (№1019)                                  | 4        |
| Задание 6 (№1020)                                  | 4        |
| Задание 6 (№1021)                                  | 4        |
| Задание 6 (№1022)                                  | 4        |
| Задание 6 (№1023)                                  | 5        |
| Задание 6 (№1024)                                  | 5        |
| Задание 6 (№1025)                                  | 5        |
| Задание 6 (№1026)                                  | 5        |
| Задание 6 (пластиковые бутылки)                    | 5        |
| Задание 6 (математическое ожидание $X$ )           | 6        |
| Задание 6 (страховая компания)                     | 6        |
| Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 1)        | 6        |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 1)              | 6        |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 2)              | 6        |
| Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 1)              | 7        |
| Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 2)              | 7        |
| Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 1) | 7        |
| Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 2) | 7        |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 3)              | 7        |
| Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 2)        | 8        |
| <b>Глава 2. Условия и решения</b>                  | <b>9</b> |
| Задание 6 (№1015)                                  | 10       |
| Задание 6 (№1016)                                  | 11       |
| Задание 6 (№1017)                                  | 12       |
| Задание 6 (№1018)                                  | 13       |
| Задание 6 (№1019)                                  | 14       |
| Задание 6 (№1020)                                  | 15       |
| Задание 6 (№1021)                                  | 16       |
| Задание 6 (№1022)                                  | 17       |
| Задание 6 (№1023)                                  | 18       |
| Задание 6 (№1024)                                  | 19       |
| Задание 6 (№1025)                                  | 20       |
| Задание 6 (№1026)                                  | 21       |
| Задание 6 (пластиковые бутылки)                    | 22       |
| Задание 6 (математическое ожидание $X$ )           | 23       |

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| Задание 6 (страховая компания) . . . . .                     | 24 |
| Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 1) . . . . .        | 25 |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 1) . . . . .              | 26 |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 2) . . . . .              | 27 |
| Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 1) . . . . .              | 28 |
| Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 2) . . . . .              | 29 |
| Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 1) . . . . . | 30 |
| Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 2) . . . . . | 31 |
| Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 3) . . . . .              | 32 |
| Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 2) . . . . .        | 33 |



# FoxyEGE.ru



## Глава 1. Условия задач

### Задание 6 (№1015)

Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом:

| Выигрыш (в рублях)       | 100 | 1000 | 5000 | 10000 | 50000 |
|--------------------------|-----|------|------|-------|-------|
| Число выигрышных билетов | 500 | 100  | 50   | 10    | 1     |

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

### Задание 6 (№1016)

В лотерее 10 000 билетов, каждый стоит 200 рублей. Среди них 7 000 билетов с выигрышем по 100 рублей, 100 билетов с выигрышем по 10 000 рублей и 2 билета с выигрышем по 100 000 рублей. Найдите математическое ожидание случайной величины «средний доход устроителей лотереи от продажи одного билета». Ответ дайте в рублях.

### Задание 6 (№1017)

Билет на электричку стоит 60 рублей. Если безбилетник («заяц») попадаетсся контролёру, то он оплачивает и штраф, и стоимость билета. Известно, что контролёр встречается в среднем один раз из 12 поездок. Штраф составляет 900 рублей. Найдите математическое ожидание случайной величины «средний расход безбилетника на одну поездку». Ответ дайте в рублях.

### Задание 6 (№1018)

Страховая компания в некотором регионе страхует сельские дома. Цена годового страхового полиса равна 6000 рублей. Исследования показали, что в течение года в среднем 1% застрахованных домов подвергается небольшому ущербу (например, ущерб от упавшего дерева или протекания крыши) и средняя сумма страховой выплаты при этом равна 120 тыс. рублей. В среднем 0,01% страхователей несут серьёзные убытки (ущерб от пожара, обрушения дома), и средняя сумма выплаты при этом равна 2 млн рублей.

Найдите математическое ожидание случайной величины «средний доход страховой компании от продажи одного полиса». Ответ дайте в рублях.

### Задание 6 (№1019)

В отделении банка установлены 3 платёжных терминала. В течение рабочего дня каждый терминал может отказать: первый — с вероятностью  $p_1 = 0,02$ , второй — с вероятностью  $p_2 = 0,05$ , третий — с вероятностью  $p_3 = 0,07$ . Если какой-то из терминалов отказал, то вечером инженер производит сервисное обслуживание отказавшего терминала. Найдите математическое ожидание случайной величины «число сервисных обслуживаний терминалов в течение пяти дней с понедельника по пятницу».

### Задание 6 (№1020)

Игральную кость бросили 4 раза. Найдите математическое ожидание суммы выпавших очков.

### Задание 6 (№1021)

Задано распределение случайной величины

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0,1 & 0,4 & 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Найдите её математическое ожидание.

### Задание 6 (№1022)

В таблице показано распределение случайной величины  $X$ . Найдите  $EX$  — математическое ожидание этой случайной величины.

|              |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| Значения $X$ | -4  | 0   | 1   | 3   |
| Вероятности  | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

### Задание 6 (№1023)

С помощью выборочного исследования изучают цены на смартфон определённой модели. По данным из шести независимых салонов связи и интернет-магазинов получена следующая выборка значений: 21800, 22000, 21700, 21300, 22000 и 21400 рублей. Сделайте по этой выборке несмещённую оценку дисперсии цен на эту модель смартфона.

### Задание 6 (№1024)

Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит девять значений. По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

Выборка: 22, 20, 22, 20, 23, 24, 22, 24 и 21.

### Задание 6 (№1025)

С помощью выборочного исследования изучают цены на смартфон определённой модели. По данным из шести независимых салонов связи и интернет-магазинов получена следующая выборка значений: 17600, 17600, 17500, 17300, 17600 и 18000 рублей. Сделайте по этой выборке несмещённую оценку дисперсии цен на эту модель смартфона.

### Задание 6 (№1026)

Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений: 1,4; 1,2; 1,3; 1,4 и 1,2. По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

### Задание 6 (пластиковые бутылки)

Пластиковые бутылки с питьевой водой продаются поштучно, либо упаковками по 9 или 12 штук. Известно, что в среднем 72 покупателя из 100 эту воду не покупают, 14 покупают одну бутылку, 9 человек — упаковку, в которой 9 бутылок, и 5 человек берут упаковку, в которой 12 бутылок. Найдите математическое ожидание случайной величины «количество бутылок в одной покупке».

## Задание 6 (математическое ожидание $X$ )

Вычислите математическое ожидание случайной величины  $X$ , если известно её распределение:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 \\ 0,35 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}$$

## Задание 6 (страховая компания)

Страховая компания заключает с клиентами страховые договоры (полисы). При наступлении страхового случая клиент получает выплату 700 тысяч рублей. Вероятность события «выплата по отдельно взятому договору» равна 0,02. Математическое ожидание случайной величины «доход страховой компании от продажи одного полиса» равно 1000 рублей. Найдите стоимость полиса в рублях.

## Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 1)

Известно, что случайная величина  $Y$  подчиняется распределению

$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,25 \end{pmatrix}$$

Найдите вероятность события  $2 < Y \leq 11$ .

## Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 1)

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

## Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 2)

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

**Задание 6 (дисперсия  $X$ , вариант 1)**

Найдите дисперсию случайной величины  $X$ , если известно её распределение:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

**Задание 6 (дисперсия  $X$ , вариант 2)**

Найдите дисперсию случайной величины  $X$ , если известно её распределение:



$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \end{pmatrix}$$

**Задание 6 (стандартное отклонение  $Y$ , вариант 1)**

Вычислите стандартное отклонение случайной величины  $Y$ , которая подчиняется распределению

$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

**Задание 6 (стандартное отклонение  $Y$ , вариант 2)**

Вычислите стандартное отклонение случайной величины  $Y$ , которая подчиняется распределению



$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

**Задание 6 (дисперсия  $Z$ , вариант 3)**

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$Z \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

## Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 2)

Известно, что случайная величина  $Y$  подчиняется распределению

$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0,1 & 0,2 & 0,25 & 0,25 & 0,15 & 0,05 \end{pmatrix}$$

Найдите вероятность события  $0 < Y \leq 4$ .



FoxyEGE.ru



## Глава 2. Условия и решения



FoxyEGE.ru



## Задание 6 (№1015)

Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом:

| Выигрыш (в рублях)       | 100 | 1000 | 5000 | 10000 | 50000 |
|--------------------------|-----|------|------|-------|-------|
| Число выигрышных билетов | 500 | 100  | 50   | 10    | 1     |

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

где  $x_i$  — значения случайной величины,  $p_i$  — соответствующие вероятности.

Найдём количество билетов без выигрыша:

$$N_0 = N_{\text{всего}} - \sum N_i = 10\,000 - 500 - 100 - 50 - 10 - 1 = 9\,339$$

Вероятности каждого исхода вычисляются по формуле  $p_i = \frac{N_i}{N_{\text{всего}}}$ :

- Выигрыш 0 рублей:  $p_0 = \frac{9339}{10000} = 0,9339$

- Выигрыш 100 рублей:  $p_1 = \frac{500}{10000} = 0,05$

- Выигрыш 1000 рублей:  $p_2 = \frac{100}{10000} = 0,01$

- Выигрыш 5000 рублей:  $p_3 = \frac{50}{10000} = 0,005$

- Выигрыш 10000 рублей:  $p_4 = \frac{10}{10000} = 0,001$

- Выигрыш 50000 рублей:  $p_5 = \frac{1}{10000} = 0,0001$

Вычисляем математическое ожидание:

$$M(X) = 0 \cdot 0,9339 + 100 \cdot 0,05 + 1000 \cdot 0,01 + 5000 \cdot 0,005 + 10000 \cdot 0,001 + 50000 \cdot 0,0001$$

$$M(X) = 0 + 5 + 10 + 25 + 10 + 5 = 55 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 55.

## Задание 6 (№1016)

В лотерее 10 000 билетов, каждый стоит 200 рублей. Среди них 7 000 билетов с выигрышем по 100 рублей, 100 билетов с выигрышем по 10 000 рублей и 2 билета с выигрышем по 100 000 рублей. Найдите математическое ожидание случайной величины «средний доход устроителей лотереи от продажи одного билета». Ответ дайте в рублях.

### Решение:

Доход устроителей от одного билета вычисляется по формуле:

$$\text{Доход} = \text{Цена билета} - \text{Выигрыш}$$

Найдём количество билетов без выигрыша:

$$N_0 = N_{\text{всего}} - \sum N_i = 10\,000 - 7\,000 - 100 - 2 = 2\,898$$

Математическое ожидание выигрыша на один билет вычисляется по формуле:

$$M(\text{выигрыш}) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = \frac{\sum x_i \cdot N_i}{N_{\text{всего}}}$$

Подставляем значения:

$$M(\text{выигрыш}) = \frac{100 \cdot 7000 + 10000 \cdot 100 + 100000 \cdot 2}{10000}$$

$$M(\text{выигрыш}) = \frac{700\,000 + 1\,000\,000 + 200\,000}{10\,000} = \frac{1\,900\,000}{10\,000} = 190 \text{ рублей}$$

Математическое ожидание дохода устроителей:

$$M(\text{доход}) = \text{Цена билета} - M(\text{выигрыш}) = 200 - 190 = 10 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 10.

## Задание 6 (№1017)

Билет на электричку стоит 60 рублей. Если безбилетник («заяц») попадаетея контролёру, то он оплачивает и штраф, и стоимость билета. Известно, что контролёр встречается в среднем один раз из 12 поездок. Штраф составляет 900 рублей. Найдите математическое ожидание случайной величины «средний расход безбилетника на одну поездку». Ответ дайте в рублях.

### Решение:

Рассмотрим два возможных исхода для безбилетника:

- Безбилетник не попался контролёру: расход  $x_1 = 0$  рублей, вероятность  $p_1 = \frac{11}{12}$
- Безбилетник попался контролёру: расход  $x_2 = 60 + 900 = 960$  рублей, вероятность  $p_2 = \frac{1}{12}$

Математическое ожидание расхода вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2$$

Подставляем значения:

$$M(\text{расход}) = 0 \cdot \frac{11}{12} + 960 \cdot \frac{1}{12} = \frac{960}{12} = 80 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 80.

## Задание 6 (№1018)

Страховая компания в некотором регионе страхует сельские дома. Цена годового страхового полиса равна 6000 рублей. Исследования показали, что в течение года в среднем 1% застрахованных домов подвергается небольшому ущербу (например, ущерб от упавшего дерева или протекания крыши) и средняя сумма страховой выплаты при этом равна 120 тыс. рублей. В среднем 0,01% страхователей несут серьёзные убытки (ущерб от пожара, обрушения дома), и средняя сумма выплаты при этом равна 2 млн рублей. Найдите математическое ожидание случайной величины «средний доход страховой компании от продажи одного полиса». Ответ дайте в рублях.

### Решение:

Доход страховой компании вычисляется по формуле:

$$\text{Доход} = \text{Цена полиса} - \text{Страховая выплата}$$

Математическое ожидание страховой выплаты вычисляется по формуле:

$$M(\text{выплата}) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2$$

Подставляем значения:

$$M(\text{выплата}) = 120\,000 \cdot 0,01 + 2\,000\,000 \cdot 0,0001$$

$$M(\text{выплата}) = 1\,200 + 200 = 1\,400 \text{ рублей}$$

Математическое ожидание дохода:

$$M(\text{доход}) = \text{Цена полиса} - M(\text{выплата}) = 6\,000 - 1\,400 = 4\,600 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 4600.

## Задание 6 (№1019)

В отделении банка установлены 3 платёжных терминала. В течение рабочего дня каждый терминал может отказать: первый — с вероятностью  $p_1 = 0,02$ , второй — с вероятностью  $p_2 = 0,05$ , третий — с вероятностью  $p_3 = 0,07$ . Если какой-то из терминалов отказал, то вечером инженер производит сервисное обслуживание отказавшего терминала. Найдите математическое ожидание случайной величины «число сервисных обслуживаний терминалов в течение пяти дней с понедельника по пятницу».

### Решение:

Пусть  $X_i$  — индикаторная случайная величина отказа  $i$ -го терминала за один день. Математическое ожидание индикаторной величины равно вероятности события:

$$M(X_i) = 1 \cdot p_i + 0 \cdot (1 - p_i) = p_i$$

По свойству аддитивности математического ожидания:

$$M(X_1 + X_2 + X_3) = M(X_1) + M(X_2) + M(X_3)$$

Математическое ожидание числа отказов за один день:

$$M(\text{отказов в день}) = p_1 + p_2 + p_3 = 0,02 + 0,05 + 0,07 = 0,14$$

За пять дней (с понедельника по пятницу), используя свойство  $M(cX) = c \cdot M(X)$ :

$$M(\text{отказов за 5 дней}) = 5 \cdot M(\text{отказов в день}) = 5 \cdot 0,14 = 0,7$$

**Ответ:** 0,7.

## Задание 6 (№1020)

Игральную кость бросили 4 раза. Найдите математическое ожидание суммы выпавших очков.

### Решение:

Математическое ожидание одного броска игральной кости вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot p_i = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 i$$



Подставляем значения:



$$M(\text{бросок}) = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$$

Пусть  $S = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$  — сумма выпавших очков. По свойству аддитивности математического ожидания:

$$M(S) = M(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) = M(X_1) + M(X_2) + M(X_3) + M(X_4)$$

Так как все броски одинаковы:

$$M(S) = 4 \cdot M(\text{бросок}) = 4 \cdot 3,5 = 14$$

**Ответ:** 14.



## Задание 6 (№1021)

Задано распределение случайной величины

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0,1 & 0,4 & 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Найдите её математическое ожидание.

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(X) = (-2) \cdot 0,1 + (-1) \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,1$$

$$M(X) = -0,2 - 0,4 + 0,4 + 0,2 = 0$$

**Ответ:** 0.

FoxyEGE.ru



## Задание 6 (№1022)

В таблице показано распределение случайной величины  $X$ . Найдите  $EX$  — математическое ожидание этой случайной величины.

|              |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| Значения $X$ | -4  | 0   | 1   | 3   |
| Вероятности  | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(X) = (-4) \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,3$$

$$M(X) = -0,8 + 0 + 0,4 + 0,9 = 0,5$$

**Ответ:** 0,5.

## Задание 6 (№1023)

С помощью выборочного исследования изучают цены на смартфон определённой модели. По данным из шести независимых салонов связи и интернет-магазинов получена следующая выборка значений: 21800, 22000, 21700, 21300, 22000 и 21400 рублей. Сделайте по этой выборке несмещённую оценку дисперсии цен на эту модель смартфона.

### Решение:

Выборочное среднее вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Подставляем значения:

$$\bar{x} = \frac{21800 + 22000 + 21700 + 21300 + 22000 + 21400}{6} = \frac{130200}{6} = 21700$$

Несмещённая оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Найдём сумму квадратов отклонений от среднего:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (21800 - 21700)^2 + (22000 - 21700)^2 + (21700 - 21700)^2 + (21300 - 21700)^2 + (22000 - 21700)^2 + (21400 - 21700)^2$$

$$= 100^2 + 300^2 + 0^2 + (-400)^2 + 300^2 + (-300)^2$$

$$= 10000 + 90000 + 0 + 160000 + 90000 + 90000 = 440000$$

Вычисляем несмещённую оценку дисперсии:

$$s^2 = \frac{440000}{6-1} = \frac{440000}{5} = 88000$$

**Ответ:** 88000.

## Задание 6 (№1024)

Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит девять значений. По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

Выборка: 22, 20, 22, 20, 23, 24, 22, 24 и 21.

**Решение:**

Выборочное среднее вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Подставляем значения:

$$\bar{x} = \frac{22 + 20 + 22 + 20 + 23 + 24 + 22 + 24 + 21}{9} = \frac{198}{9} = 22$$

Несмещённая оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Найдём сумму квадратов отклонений:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (22-22)^2 + (20-22)^2 + (22-22)^2 + (20-22)^2 + (23-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (24-22)^2 + (21-22)^2$$

$$= 0^2 + (-2)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2 + 2^2 + 0^2 + 2^2 + (-1)^2$$

$$= 0 + 4 + 0 + 4 + 1 + 4 + 0 + 4 + 1 = 18$$

Вычисляем несмещённую оценку дисперсии:

$$s^2 = \frac{18}{9-1} = \frac{18}{8} = 2,25$$

**Ответ:** 2,25.

## Задание 6 (№1025)

С помощью выборочного исследования изучают цены на смартфон определённой модели. По данным из шести независимых салонов связи и интернет-магазинов получена следующая выборка значений: 17600, 17600, 17500, 17300, 17600 и 18000 рублей. Сделайте по этой выборке несмещённую оценку дисперсии цен на эту модель смартфона.

### Решение:

Выборочное среднее вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Подставляем значения:

$$\bar{x} = \frac{17600 + 17600 + 17500 + 17300 + 17600 + 18000}{6} = \frac{105600}{6} = 17600$$

Несмещённая оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Найдём сумму квадратов отклонений:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (17600 - 17600)^2 + (17600 - 17600)^2 + (17500 - 17600)^2 + (17300 - 17600)^2 + (17600 - 17600)^2 + (18000 - 17600)^2$$

$$= 0^2 + 0^2 + (-100)^2 + (-300)^2 + 0^2 + 400^2$$

$$= 0 + 0 + 10000 + 90000 + 0 + 160000 = 260000$$

Вычисляем несмещённую оценку дисперсии:

$$s^2 = \frac{260000}{6-1} = \frac{260000}{5} = 52000$$

**Ответ:** 52000.

## Задание 6 (№1026)

Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений: 1,4; 1,2; 1,3; 1,4 и 1,2. По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

**Решение:**

Выборочное среднее вычисляется по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Подставляем значения:

$$\bar{x} = \frac{1,4 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,2}{5} = \frac{6,5}{5} = 1,3$$

Несмещённая оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Найдём сумму квадратов отклонений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= (1,4 - 1,3)^2 + (1,2 - 1,3)^2 + (1,3 - 1,3)^2 + (1,4 - 1,3)^2 + (1,2 - 1,3)^2 \\ &= 0,1^2 + (-0,1)^2 + 0^2 + 0,1^2 + (-0,1)^2 \\ &= 0,01 + 0,01 + 0 + 0,01 + 0,01 = 0,04 \end{aligned}$$

Вычисляем несмещённую оценку дисперсии:

$$s^2 = \frac{0,04}{5-1} = \frac{0,04}{4} = 0,01$$

**Ответ:** 0,01.

## Задание 6 (пластиковые бутылки)

Пластиковые бутылки с питьевой водой продаются поштучно, либо упаковками по 9 или 12 штук. Известно, что в среднем 72 покупателя из 100 эту воду не покупают, 14 покупают одну бутылку, 9 человек — упаковку, в которой 9 бутылок, и 5 человек берут упаковку, в которой 12 бутылок. Найдите математическое ожидание случайной величины «количество бутылок в одной покупке».

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Составим закон распределения случайной величины  $X$  — количества бутылок в одной покупке:

|       |                  |                  |                 |                 |
|-------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| $x_i$ | 0                | 1                | 9               | 12              |
| $p_i$ | $\frac{72}{100}$ | $\frac{14}{100}$ | $\frac{9}{100}$ | $\frac{5}{100}$ |

Подставляем значения в формулу:

$$M(X) = 0 \cdot \frac{72}{100} + 1 \cdot \frac{14}{100} + 9 \cdot \frac{9}{100} + 12 \cdot \frac{5}{100}$$

$$M(X) = 0 + 0,14 + 0,81 + 0,6 = 1,55$$

**Ответ:** 1,55.

## Задание 6 (математическое ожидание $X$ )

Вычислите математическое ожидание случайной величины  $X$ , если известно её распределение:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 \\ 0,35 & 0,15 & 0,1 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}$$

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(X) = 0 \cdot 0,35 + 2 \cdot 0,15 + 4 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,3$$

$$M(X) = 0 + 0,3 + 0,4 + 0,6 + 2,4 = 3,7$$

**Ответ:** 3,7.

FoxyEGE.ru



## Задание 6 (страховая компания)

Страховая компания заключает с клиентами страховые договоры (полисы). При наступлении страхового случая клиент получает выплату 700 тысяч рублей. Вероятность события «выплата по отдельно взятому договору» равна 0,02. Математическое ожидание случайной величины «доход страховой компании от продажи одного полиса» равно 1000 рублей. Найдите стоимость полиса в рублях.

### Решение:

Доход страховой компании вычисляется по формуле:

$$\text{Доход} = \text{Стоимость полиса} - \text{Выплата}$$

Математическое ожидание дохода вычисляется по формуле:

$$M(\text{доход}) = C - M(\text{выплата})$$

где  $C$  — стоимость полиса.

Математическое ожидание выплаты вычисляется по формуле:

$$M(\text{выплата}) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(\text{выплата}) = 700\,000 \cdot 0,02 + 0 \cdot 0,98 = 14\,000 \text{ рублей}$$

По условию  $M(\text{доход}) = 1000$ , тогда:

$$C - 14\,000 = 1000$$

$$C = 15\,000 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 15000.

## Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 1)

Известно, что случайная величина  $Y$  подчиняется распределению

$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,25 & 0,1 & 0,25 \end{pmatrix}$$

Найдите вероятность события  $2 < Y \leq 11$ .

### Решение:

Вероятность события для дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$P(a < Y \leq b) = \sum_{x_i \in (a, b]} P(Y = x_i)$$

Событие  $2 < Y \leq 11$  включает значения  $Y = 4, 6, 8, 10$ . Так как эти значения несовместны, применяем формулу сложения вероятностей несовместных событий:

$$P(2 < Y \leq 11) = P(Y = 4) + P(Y = 6) + P(Y = 8) + P(Y = 10)$$

Подставляем значения:

$$P(2 < Y \leq 11) = 0,05 + 0,25 + 0,1 + 0,25 = 0,65$$

**Ответ:** 0,65.

## Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 1)

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

**Решение:**

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(Z) = \sum_{i=1}^n z_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(Z) = 0 \cdot \frac{3}{5} + 1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(Z^2) = \sum_{i=1}^n z_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(Z^2) = 0^2 \cdot \frac{3}{5} + 1^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$



Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:



$$D(Z) = M(Z^2) - [M(Z)]^2$$

Подставляем значения:

$$D(Z) = \frac{2}{5} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} - \frac{4}{25} = \frac{10-4}{25} = \frac{6}{25} = 0,24$$

**Ответ:** 0,24.

## Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 2)

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(Z) = \sum_{i=1}^n z_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(Z) = 0 \cdot 0,7 + 1 \cdot 0,3 = 0,3$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(Z^2) = \sum_{i=1}^n z_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(Z^2) = 0^2 \cdot 0,7 + 1^2 \cdot 0,3 = 0,3$$



Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:

$$D(Z) = M(Z^2) - [M(Z)]^2$$



Подставляем значения:

$$D(Z) = 0,3 - 0,3^2 = 0,3 - 0,09 = 0,21$$

**Ответ:** 0,21.

## Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 1)

Найдите дисперсию случайной величины  $X$ , если известно её распределение:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

**Решение:**

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 + 2 + 6}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(X^2) = 1^2 \cdot \frac{2}{5} + 2^2 \cdot \frac{1}{5} + 3^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 + 4 + 18}{5} = \frac{24}{5}$$

Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

Подставляем значения:

$$D(X) = \frac{24}{5} - 2^2 = \frac{24}{5} - 4 = \frac{24 - 20}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

**Ответ:** 0,8.

## Задание 6 (дисперсия $X$ , вариант 2)

Найдите дисперсию случайной величины  $X$ , если известно её распределение:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \end{pmatrix}$$

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:



$$M(X) = 1 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,8 + 5 \cdot 0,1 = 0,1 + 2,4 + 0,5 = 3$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

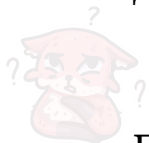
$$M(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(X^2) = 1^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,8 + 5^2 \cdot 0,1 = 0,1 + 7,2 + 2,5 = 9,8$$

Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$



Подставляем значения:

$$D(X) = 9,8 - 3^2 = 9,8 - 9 = 0,8$$



**Ответ:** 0,8.

## Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 1)

Вычислите стандартное отклонение случайной величины  $Y$ , которая подчиняется распределению

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(Y) = \sum_{i=1}^n y_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(Y) = 0 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5 = 1,5$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(Y^2) = \sum_{i=1}^n y_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(Y^2) = 0^2 \cdot 0,5 + 3^2 \cdot 0,5 = 4,5$$

Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:



$$D(Y) = M(Y^2) - [M(Y)]^2$$



Подставляем значения:

$$D(Y) = 4,5 - 1,5^2 = 4,5 - 2,25 = 2,25$$

Стандартное отклонение случайной величины вычисляется по формуле:

$$\sigma(Y) = \sqrt{D(Y)}$$

Подставляем значения:

$$\sigma(Y) = \sqrt{2,25} = 1,5$$

**Ответ:** 1,5.

## Задание 6 (стандартное отклонение $Y$ , вариант 2)

Вычислите стандартное отклонение случайной величины  $Y$ , которая подчиняется распределению

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(Y) = \sum_{i=1}^n y_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(Y) = 0 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,9 = 2,7$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(Y^2) = \sum_{i=1}^n y_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(Y^2) = 0^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,9 = 8,1$$

Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:



$$D(Y) = M(Y^2) - [M(Y)]^2$$



Подставляем значения:

$$D(Y) = 8,1 - 2,7^2 = 8,1 - 7,29 = 0,81$$

Стандартное отклонение случайной величины вычисляется по формуле:

$$\sigma(Y) = \sqrt{D(Y)}$$

Подставляем значения:

$$\sigma(Y) = \sqrt{0,81} = 0,9$$

**Ответ:** 0,9.

## Задание 6 (дисперсия $Z$ , вариант 3)

Случайная величина  $Z$  распределена по закону

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Найдите дисперсию случайной величины  $Z$ .

### Решение:

Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле:



$$M(Z) = \sum_{i=1}^n z_i \cdot p_i$$



Подставляем значения:

$$M(Z) = 0 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,2 = 0,4$$

Математическое ожидание квадрата случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(Z^2) = \sum_{i=1}^n z_i^2 \cdot p_i$$

Подставляем значения:

$$M(Z^2) = 0^2 \cdot 0,8 + 2^2 \cdot 0,2 = 0,8$$



Дисперсия случайной величины вычисляется по формуле:

$$D(Z) = M(Z^2) - [M(Z)]^2$$



Подставляем значения:

$$D(Z) = 0,8 - 0,4^2 = 0,8 - 0,16 = 0,64$$

**Ответ:** 0,64.

## Задание 6 (вероятность для $Y$ , вариант 2)

Известно, что случайная величина  $Y$  подчиняется распределению

$$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0,1 & 0,2 & 0,25 & 0,25 & 0,15 & 0,05 \end{pmatrix}$$

Найдите вероятность события  $0 < Y \leq 4$ .

### Решение:

Вероятность события для дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$P(a < Y \leq b) = \sum_{x_i \in (a, b]} P(Y = x_i)$$

Событие  $0 < Y \leq 4$  включает значения  $Y = 1, 2, 3, 4$ . Так как эти значения несовместны, применяем формулу сложения вероятностей несовместных событий:

$$P(0 < Y \leq 4) = P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) + P(Y = 4)$$

Подставляем значения:

$$P(0 < Y \leq 4) = 0,2 + 0,25 + 0,25 + 0,15 = 0,85$$

**Ответ:** 0,85.